

第1問

I Aの円軌道最下点での速さ v_1 、最高点での速さ v 、最高点でレールから受ける抗力 N として、

$$\text{(エネルギー保存則)} \frac{m_1}{2}v^2 + 2m_1gR = \frac{m_1}{2}v_1^2, \quad \text{(運動方程式中心方向成分)} m_1\frac{v^2}{R} = m_1g + N$$

$$N \geq 0 \text{ となる条件は } v_1 \geq \sqrt{5gR} \dots \textcircled{1}. \text{ いま } v_1 = \sqrt{2gh_1} \text{ ゆえ, } \underline{h_1 \geq \frac{5}{2}R}$$

II 衝突直前のAの速さは $\sqrt{2gh_2}$ 。衝突直後の速さ v_2 は運動量保存則より $v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_2}$ 。求め

$$\text{る条件は}\textcircled{1}\text{より } v_2 \geq \sqrt{5gR} \therefore \underline{h_2 \geq \frac{5}{2} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)^2 R}$$

III (1) 衝突直前のAの速さは $\sqrt{2gh_3}$ 。衝突直後の速さ v_3 は運動量保存則とはね返り係数1より、

$$v_3 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_3}. \quad v_3 \geq \sqrt{5gR} \dots \textcircled{2} \text{ より } \underline{h_3 \geq \frac{5}{2} \left(\frac{m_1 + m_2}{2m_1} \right)^2 R}$$

(2) 式②より $\frac{m_2}{2}v_3^2 - m_2gR > 0$ ゆえBは摩擦区間に入る。運動エネルギー変化と仕事の関係は

$$0 - \frac{m_2}{2}v_3^2 = -m_2gh_4 - \mu m_2g \cos \theta \times \frac{(h_4 - R)}{\sin \theta}$$

$$\mu = \tan \theta \text{ と } v_3 \text{ を代入して } h_4 \text{ を求めると } \underline{h_4 = \frac{R}{2} + 2 \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 h_3}$$

また $\tan \theta = \mu < (\text{静止摩擦係数})$ ゆえ最高到達点に達したまま静止する。

第2問

I (1) 電池 → 抵抗1 → 棒 → 電池とまわるループを考えて, $I_1 = \frac{V}{2R}$

(2) 抵抗1, 2の電流を i_1, i_2 とすると回路の方程式は

$$\left. \begin{array}{l} \text{(電池} \rightarrow \text{抵抗1} \rightarrow \text{棒} \rightarrow \text{電池)} \quad Ri_1 + RI_2 = V \\ \text{(電池} \rightarrow \text{抵抗2} \rightarrow \text{抵抗4} \rightarrow \text{電池)} \quad Ri_2 + 3R(i_1 + i_2 - I_2) = V \\ \text{(抵抗2} \rightarrow \text{3} \rightarrow \text{1} \rightarrow \text{2)} \quad Ri_2 + R(I_2 - i_1) - Ri_1 = 0 \end{array} \right\} \therefore I_2 = \frac{5V}{9R}$$

(3) 大きさ $I_2Bl = \frac{5VBl}{9R}$, 向きは (口)

II (1) 抵抗3の電流0のとき, 抵抗1, 2の電圧は等しく, 抵抗1, 2の抵抗は同じゆえ電流も同じ. これを I とおくと, 電池 → 抵抗2 → 抵抗4 → 電池とまわるループから $I = \frac{V}{4R}$. 電池 → 抵抗1 → 棒 → 電池とまわるループから $I = \frac{V - v_1Bl}{2R}$. 以上より $v_1 = \frac{V}{2Bl}$

(2) 棒が等速のとき棒に働く力はゼロなので, 電流もゼロ. 抵抗1 → 抵抗3 と流れる電流を i とおくと, 抵抗1 → 2 → 3 → 1 とまわるループを考えれば, 抵抗2の電流は $2i$. 回路の方程式は

$$\left. \begin{array}{l} \text{(電池} \rightarrow \text{抵抗2} \rightarrow \text{抵抗4} \rightarrow \text{電池)} \quad R \cdot 2i + 3R \cdot 3i = V \\ \text{(電池} \rightarrow \text{抵抗1} \rightarrow \text{棒} \rightarrow \text{電池)} \quad Ri = V - v_2Bl \end{array} \right\} \therefore v_2 = \frac{10V}{11Bl}$$

第3問

I (1) 両端とも開口端ゆえ定常波の腹。波長は $\lambda = 2L, L, \frac{2}{3}L$, 振動数は $f = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{2L}, \frac{V}{L}, \frac{3V}{2L}$

(2) 開口端は腹, 閉口端は節。波長は, $\lambda = 4L, \frac{4L}{3}, \frac{4L}{5}$, 振動数は $f = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{4L}, \frac{3V}{4L}, \frac{5V}{4L}$

II (1) $L = 1\text{ m}$, 膜の振動は微小ゆえ両端とも節とみなせる。 n 倍振動の振動数は $\nu_n = \frac{nV}{2L}$.

$$\text{実験結果より } \frac{\nu_{n+1}}{\nu_n} = \frac{n+1}{n} = \frac{692}{519} = \frac{4}{3} \therefore n = 3$$

$\nu_4 = 692\text{ Hz}$ の共鳴は 4 倍振動ゆえ, 節の位置は 0 m, 0.25 m, 0.5 m, 0.75 m, 1 m

(2) $\nu_4 = \frac{4V}{2L}$ より $V = \frac{L\nu_4}{2} = \underline{346\text{ m/s}}$

III n 番目の固有振動 ($(2n-1)$ 倍振動) の振動数は $\nu_n' = (2n-1)\frac{V}{4L} = (2n-1) \times 86.5\text{ Hz}$, このうち 400 Hz から 700 Hz の範囲に含まれるのは $n = 3, 4$ の場合で,

$$f_1 = \nu_3' = \underline{432.5\text{ Hz}}, f_2 = \nu_4' = \underline{605.5\text{ Hz}}$$

IV (1) C 点に届く振動数は $f = \frac{V}{V-v}f_1$. B 点からの音が D 点で観測されるとき振動数は $f' = \frac{V}{V-v/2}f_1$. したがって, うなりの振動数は, $f_b = f - f' = \frac{Vv}{2(V-v)(V-v/2)}f_1$

(2) $f_b = 2\text{ Hz} \ll f_1$ なので $v \ll V$. すると, $f_b \approx \frac{Vv}{2V^2}f_1 \therefore v = \frac{2f_b}{f_1}V \approx \underline{3\text{ m/s}}$