1

[A] (a)　$x=\dfrac{1}{2}L$，$y=\dfrac{1}{2}L$．また衝突直後の速度はBの斜面に垂直に大きさ v_0．さらに対称性より最高点は y 軸上．よって衝突から最高点までの時間 t とすると，

$$(\text{水平変位})\ \frac{1}{\sqrt{2}}v_0t=\frac{1}{2}L,\ (\text{速度の鉛直成分})\ \frac{1}{\sqrt{2}}v_0-gt=0\quad\therefore\ v_0=\sqrt{gL},\ t=\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

(b)　$H=\dfrac{L}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2=\dfrac{3}{4}L$

[B] (c)　小球の衝突直前の速度がB斜面に垂直ゆえ，小球が衝突時に斜面から受ける力は斜面に垂直．よって衝突直後の小球の速度はB斜面に垂直で，速度の y 成分 v_y として x 成分の大きさ v_x も v_y．衝突から原点Oまでの時間を T' とすると，

$$(\text{水平変位})\ v_xT'=\frac{1}{2}L,\ (\text{鉛直変位})\ \frac{1}{2}L+v_yT'-\frac{1}{2}gT'^2=0$$

$$\therefore\ v_x=v_y=\sqrt{\frac{1}{8}gL}\ \left(=\frac{v_0}{2\sqrt{2}}\right),\ T'=\sqrt{\frac{2L}{g}}$$

よって $H'=\dfrac{1}{2}L+v_y\dfrac{v_y}{g}-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{v_y}{g}\right)^2=\dfrac{1}{2}L+\dfrac{{v_y}^2}{2g}=\dfrac{9}{16}L=\dfrac{3}{4}H$

(d)　運動量の水平成分の保存則と弾性衝突の条件は

$$mv+MV=m\times\frac{1}{\sqrt{2}}v_0,\quad \frac{1}{2}m(\sqrt{2}v)^2+\frac{1}{2}MV^2=\frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$\therefore\quad v=-\frac{2M-m}{\sqrt{2}(m+2M)}v_0,\quad V=\frac{2\sqrt{2}m}{m+2M}v_0.$$

《注》問題文の指示「m，M および v_0 を用い表せ」にしたがった．

なお前問の結果を用いると $v=-v_x=-\dfrac{\sqrt{gL}}{2\sqrt{2}}=-\dfrac{v_0}{2\sqrt{2}}$ が直ちに得られ，これと運動量の水平成分の保存則 $mv+MV=m\dfrac{1}{\sqrt{2}}v_0$ から $V=\dfrac{m}{M}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}v_0-v\right)=\dfrac{3m}{2\sqrt{2}M}v_0$ とすることもできる．

(e)　問(b)より $T=2t=\sqrt{\dfrac{2L}{g}}$ ゆえ問(c)の T' は $T'=T$

(f)　問(d)で求めた v は問(c)で求めた v_x を用いて $-v_x$ と表せるので，

$$\frac{2M-m}{\sqrt{2}(m+2M)}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\quad\therefore\ \frac{M}{m}=\frac{3}{2}=1.5$$

《注》問(d)で《注》に示した解答をした場合は，本問で弾性衝突の条件を用いて同じ答えに至る．

2

[A] (a) $Q(r)=\rho\times\dfrac{4}{3}\pi r^3$ を用いて $F(r)=k_0\dfrac{Q(r)q}{r^2}=\dfrac{4}{3}\pi k_0\rho q r$. よって $C=\dfrac{4}{3}\pi k_0\rho q$

(b) $U(r)=\dfrac{1}{2}Cr^2$

(c) $\dfrac{1}{2}m{v_0}^2-\dfrac{1}{2}CR^2\geqq 0\quad\therefore\ v_0\geqq R\sqrt{\dfrac{C}{m}}$

[B] (d) ローレンツ力は仕事しないからエネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}CR^2=\frac{1}{2}m{v_1}^2\quad\therefore\ v=\sqrt{{v_1}^2-\frac{C}{m}R^2}$$

(e) (i) 運動方程式 $mr\omega^2=Cr+qr\omega B$ より $\omega=\dfrac{qB}{2m}+\sqrt{\left(\dfrac{qB}{2m}\right)^2+\dfrac{C}{m}}$ （$=\omega_+$ とおく）

(ii) 運動方程式 $mr\omega^2=Cr-qr\omega B$ より $\omega=-\dfrac{qB}{2m}+\sqrt{\left(\dfrac{qB}{2m}\right)^2+\dfrac{C}{m}}$ （$=\omega_-$ とおく）

(f) ① K からみた荷電粒子の角速度の大きさは，S からみて時計回り運動，反時計回り運動の順に，$\omega_+-\Omega$，$\omega_-+\Omega$. これらが等しいとして，

$$\Omega=\frac{1}{2}(\omega_+-\omega_-)=\frac{qB}{2m}$$

② $\omega'=\omega_+-\Omega=\sqrt{\left(\dfrac{qB}{2m}\right)^2+\dfrac{C}{m}}$

③ 運動方程式 $mr{\omega'}^2=C'r-mr\Omega^2$ より $C'=m{\omega'}^2+m\Omega^2=C+2m\left(\dfrac{qB}{2m}\right)^2=C+\dfrac{(qB)^2}{2m}$

3

［A］ (a) 温度 T として状態方程式より $T=\frac{pV}{R}$ ゆえ $TV^{\frac{2}{3}}=$ (一定)．よって

$$bT_0\cdot(aV_0)^{\frac{2}{3}}=T_0{V_0}^{\frac{2}{3}}\quad\therefore\ ba^{\frac{2}{3}}=1\quad\therefore\ a=\boldsymbol{b^{-\frac{3}{2}}}$$

(b) 内部エネルギー変化 $\varDelta U$ とすると熱力学第１法則より

$$W=\varDelta U=\frac{3}{2}(b-1)RT_0=\boldsymbol{\frac{3}{2}(b-1)p_0V_0}$$

［B］ (c) $\frac{3}{2}(c-b)RT_0+xR(c-1)T_0=0\quad\therefore\ c=\boldsymbol{\frac{3b+2x}{3+2x}}$

(d) (a)の状態変化後の圧力は $\frac{b}{a}p_0$．よって温度が $c'T_0$ になったとすると，熱力学第１法則より

$$\frac{3}{2}(c'-b)RT_0+xR(c'-1)T_0=-\frac{b}{a}p_0(e-a)V_0$$

状態方程式より $c'=\frac{b}{a}e$．以上より $e=\frac{a}{b}\frac{5b+x}{5+x}=\boldsymbol{\frac{5b+2x}{5+2x}b^{-\frac{5}{2}}}$

(e) 状態方程式 $fp_0\cdot eV_0=RT_0$ より $f=\frac{1}{e}=\boldsymbol{\frac{5+2x}{5b+2x}b^{\frac{5}{2}}}$

(f) (答) $\boldsymbol{Q'=W'}$

(理由) 温度一定ゆえ，熱力学第１法則より気体がした仕事のぶんだけ吸熱するから．