2009年度　東京大学　前期　物理

第１問

Ⅰ　⑴　振動中心 $x = x_C$ はつりあいの位置ゆえ $0 = k(h - x_C) - 2mg$　$\therefore\ x_C = \boldsymbol{h - \dfrac{2mg}{k}}$

⑵　(物体 1) $\boldsymbol{ma_1 = k(h - x) - N - mg}$，(物体 2) $\boldsymbol{ma_2 = N - mg}$

⑶　物体 1，2 の運動方程式から加速度 $(a_1 = a_2)$ を消去すると $N = \dfrac{k}{2}(h - x)$ を得る。分離の瞬間 $N = 0$ となるから，分離する位置は $x = \boldsymbol{h}$。

⑷　分離の瞬間の物体 1 の速度を $v_1\ (> 0)$ とすると，エネルギー保存則は

$$\frac{2m}{2}{v_1}^2 + \frac{k}{2}(h - x_c)^2 = \frac{k}{2}(x_A - x_C)^2$$

$$\therefore\ v_1 = \boldsymbol{\sqrt{\frac{k}{2m}\left\{\left(x_A - h + \frac{2mg}{k}\right)^2 - \left(\frac{2mg}{k}\right)^2\right\}}}$$

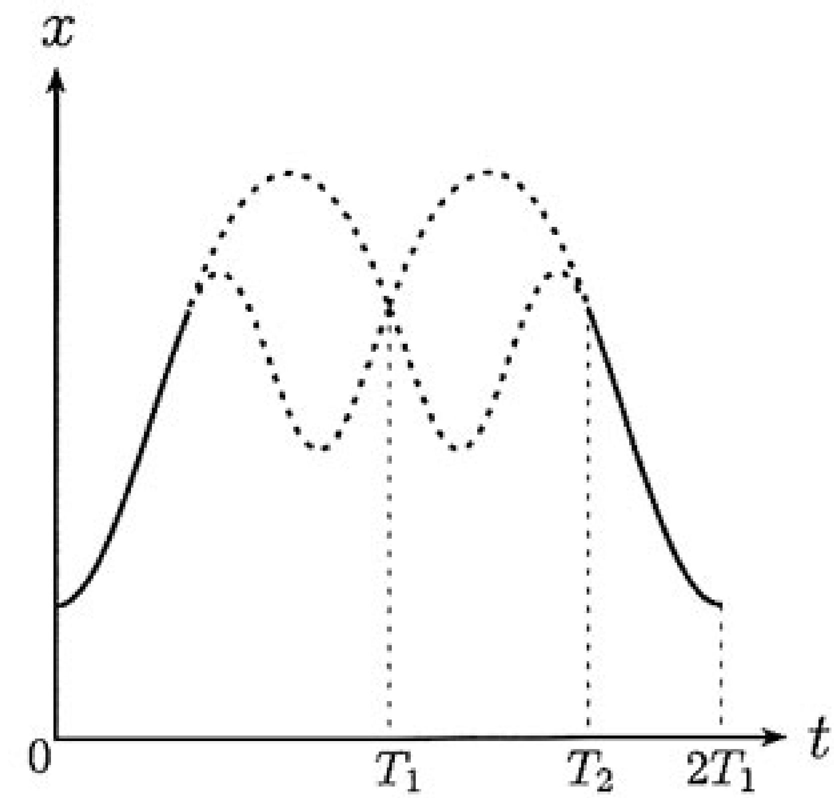
ふたつの物体が接触したまま単振動を続けると仮定すると x の最大値は，$x_m = x_C + (x_C - x_A) = 2h - \dfrac{4mg}{k} - x_A$。これが分離する位置 $x = h$ よりも上であれば，実際は $x = h$ で分離する。

よって　$2h - \dfrac{4mg}{k} - x_A > h$　$\therefore$　$\boldsymbol{x_A < h - \dfrac{4mg}{k}}$

Ⅱ　⑴　$T = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$。1 周期後に分離した位置に戻って来るから，衝突する位置は $x = \boldsymbol{h}$。

⑵　分離してから物体 2 が分離した位置に戻ってくるまでの時間が T ゆえ，$\boldsymbol{\dfrac{2V}{g} = T}$

⑶　時刻 T_1 の衝突で物体 1，2 の速度が入れ替わり，その後，再び $x = h$ で接触ゆえ $T_2 = \boldsymbol{T_1 + T}$。接触は同じ速度で生じて，物体 1，2 は一体化するので，グラフは右図。



⑷　問Ⅱ⑵結果の V に問Ⅰ⑷の v_1 を代入し，x_A について解くと，

$$x_A = \boldsymbol{h - \frac{2mg}{k}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{2}}\right)}$$

© 駿台予備学校

第 2 問

I (1) $\frac{1}{2}g{t_1}^2 = h \quad \therefore\ t_1 = \underset{\sim\sim\sim}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$ 。$v_1 = gt_1 = \underset{\sim\sim\sim}{\sqrt{2gh}}$

(2) 電流は辺 AB 上では，B から A 向きに $I = \frac{vBb}{R}$。それが磁場から受ける力は $-x$ 向きに IBb。よって $F_x = mg - IBb = \underset{\sim\sim\sim}{mg - \frac{(Bb)^2}{R}v}$ 。

(3) $t = t_1$ で $F_x = mg - \frac{(Bb)^2}{R}v_1$。これを F_1 とおく。

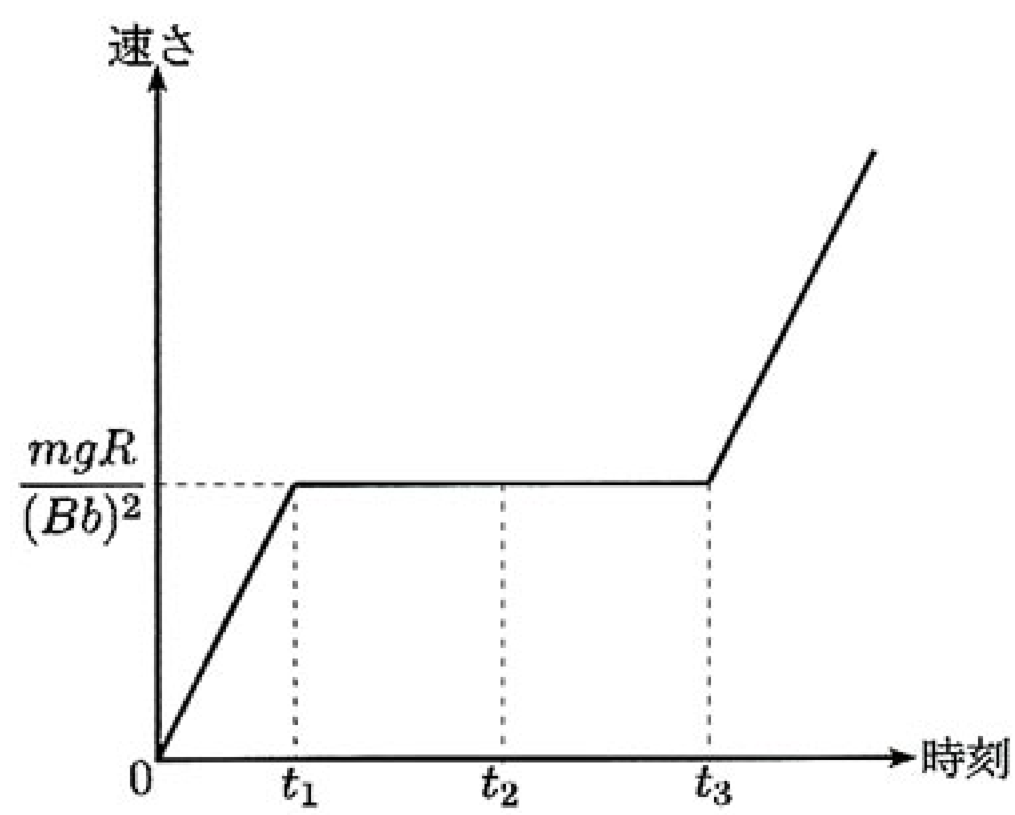
(加速の場合) $F_1 > 0 \quad \therefore\ \underset{\sim\sim\sim}{v_1 < \frac{mgR}{(Bb)^2}}$ (減速の場合) $F_1 < 0 \quad \therefore\ \underset{\sim\sim\sim}{v_1 > \frac{mgR}{(Bb)^2}}$

II (1) $F_1 = 0$ より速さは $v_1 = \frac{mgR}{(Bb)^2}$ で一定。これが $\sqrt{2gh}$ ゆえ，$h = \underset{\sim\sim\sim}{\frac{g(mR)^2}{2(Bb)^4}}$ 。

等速ゆえ $t_2 - t_1 = \frac{a}{v_1} = \underset{\sim\sim\sim}{\frac{(Bb)^2a}{mgR}}$

(2) 電流は $F_x = 0$ より $I = \frac{mg}{Bb}$。よって $P = RI^2 = \underset{\sim\sim\sim}{R\left(\frac{mg}{Bb}\right)^2}$ 。$W = P \times (t_2 - t_1) = \underset{\sim\sim\sim}{mga}$

(3) $t_2 < t < t_3$ のとき回路に生じる起電力と電流は，$t_1 < t < t_2$ の場合と同じ大きさで逆向きになるが，F_x は変わらない。よって $t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = \underset{\sim\sim\sim}{\frac{(Bb)^2a}{mgR}}$ 。グラフは右図。



© 駿台予備学校

第3問

I　おもりをのせていないときのピストンのつりあいより，

$$0=p_1A-m_1g \quad \therefore m_1=\underset{\sim\sim\sim}{\frac{p_1A}{g}}。$$

おもりをのせたときのピストンのつりあいより，

$$0=p_2A-(m_1+m_2)g \quad \therefore m_2=\frac{p_2A}{g}-m_1=\underset{\sim\sim\sim}{\frac{(p_2-p_1)A}{g}}。$$

II　このとき全て水のままで，体積は nv_1 だから，$d=\underset{\sim\sim\sim}{\dfrac{nv_1}{A}}$。

III　$Q_1=nc\times(30-20)\,\mathrm{K}=\underset{\sim\sim\sim}{10\,\mathrm{K}\times nc}$。

IV　水の体積 $(n-x)v_2$ と水蒸気の体積 xv_3 をあわせて AL だから，

$$(n-x)v_2+xv_3=AL \quad \therefore x=\underset{\sim\sim\sim}{\frac{AL-nv_2}{v_3-v_2}}。$$

V　水が物質量 x だけ蒸発するのに必要な熱量は xq で，気体がした仕事は $p_2(AL-nv_2)$ だから

$$Q_2=\underset{\sim\sim\sim}{\frac{AL-nv_2}{v_3-v_2}\{q+p_2(v_3-v_2)\}}$$

VI　(1)　温度の低下とともに，共存線にそって圧力は下がり，温度が 20 ℃ になったときに p_1 となる。その後，圧力は p_1 で一定となる。

(2)　温度が 20 ℃ に低下するまでは，水蒸気の圧力が p_1 より高いので，ピストンはストッパーに接している。圧力が p_1，温度が 20 ℃ となった後，水蒸気が水となるときに生じる熱が外部にゆっくりと流出して，水蒸気の圧力は p_1，温度も 20℃ のまま，ピストンはつりあいを保ったままゆっくりと降下し，水面に接した位置まで動く。その後，水の温度が 18 ℃ に低下するまで，ピストンは水面に接したままとなる。

© 駿台予備学校